

PS Algorithmen für verteilte Systeme

<https://avs.cs.sbg.ac.at/>

Aufgabenblatt 1

Abgabe bis Donnerstag, 31.03.2022, 9:30 Uhr auf Blackboard.

Aufgabe 1

Deutsch: Gegeben sei ein synchroner, anonymer, uniformer Ring mit n Knoten, in dem bereits ein Leader bestimmt wurde. Zeigen Sie, dass jedem Knoten in $O(n)$ Runden eine eindeutige ID zugeordnet werden kann.

English: Given a synchronous, anonymous, uniform ring with n nodes, with a designated leader, show that we can appoint a unique ID to each node within $O(n)$ rounds.

Aufgabe 2

Deutsch: Gegeben sei ein synchrones, anonymes, uniformes Netzwerk mit n Knoten, dessen Graph ein Baum (also zusammenhängend und kreisfrei) ist. Zeigen Sie, dass ein Leader durch einen randomisierten Algorithmus mit in Erwartung $O(n)$ Runden und $O(n)$ Nachrichten bestimmt werden kann.

Hinweis: Der Baum hat keine designierte Wurzel. Versuchen Sie das randomisierte Tie-Breaking möglichst einfach zu gestalten.

English: Given a synchronous, anonymous, uniform network with n nodes, whose graph is a tree, i.e., connected and acyclic, show that we can elect a leader using a randomized algorithm, using $O(n)$ rounds and $O(n)$ messages, both in expectation.

Aufgabe 3

Deutsch: Gegeben sei ein synchroner, anonymer, non-uniformer Ring mit n Knoten (in dem also n globales Wissen ist). Außerdem sei eine Teilmenge L der Knoten mit $|L| \geq 1$ gegeben, wobei in Bezug auf diese Menge jeder Knoten initial nur weiß, ob er selbst zu L gehört oder nicht. Zeigen Sie, dass in $O(n)$ Runden und mit $O(n)$ Nachrichten bestimmt werden kann, ob es sich um eine gültige Menge von Leaders mit $|L| = 1$ handelt. Das Ziel ist, dass am Ende alle Knoten wissen, ob das der Fall ist oder nicht.

Anmerkung: Der gesuchte Verifikationsalgorithmus kann – mit ähnlichen Garantien – auch für asynchrone Ringe formuliert werden. In synchronen Ringen kann zusätzlich noch der Fall $|L| = 0$ erkannt werden.

English: Given is a synchronous, anonymous, non-uniform ring with n nodes (where n is

global knowledge). Further is given a subset of L nodes with $|L| \geq 1$, where initially each node only knows whether it is part of L or not. Show that we can determine in $O(n)$ rounds, using $O(n)$ messages, whether we have in fact a valid set of leaders with $|L| = 1$. The goal is that each node knows whether this is the case.

Remark: The sought for verification algorithm can also be formulated for asynchronous rings, with similar guarantees. Furthermore, in a synchronous ring, we can also recognize the case $|L| = 0$.