

# PS Algorithmen für verteilte Systeme

<https://avs.cs.sbg.ac.at/>

## Aufgabenblatt 1

Abgabe bis Donnerstag, 31.03.2022, 9:30 Uhr auf Blackboard.

### Aufgabe 1

*Deutsch:* Gegeben sei ein synchroner, anonymer, uniformer Ring mit  $n$  Knoten, in dem bereits ein Leader bestimmt wurde. Zeigen Sie, dass jedem Knoten in  $O(n)$  Runden eine eindeutige ID zugeordnet werden kann.

*English:* Given a synchronous, anonymous, uniform ring with  $n$  nodes, with a designated leader, show that we can appoint a unique ID to each node within  $O(n)$  rounds.

### Aufgabe 2

*Deutsch:* Gegeben sei ein synchrones, anonymes, uniformes Netzwerk mit  $n$  Knoten, dessen Graph ein Baum (also zusammenhängend und kreisfrei) ist. Zeigen Sie, dass ein Leader durch einen randomisierten Algorithmus mit in Erwartung  $O(n)$  Runden und  $O(n)$  Nachrichten bestimmt werden kann.

*Hinweis:* Der Baum hat keine designierte Wurzel. Versuchen Sie das randomisierte Tie-Breaking möglichst einfach zu gestalten.

*English:* Given a synchronous, anonymous, uniform network with  $n$  nodes, whose graph is a tree, i.e., connected and acyclic, show that we can elect a leader using a randomized algorithm, using  $O(n)$  rounds and  $O(n)$  messages, both in expectation.

### Aufgabe 3

*Deutsch:* Gegeben sei ein synchroner, anonymer, non-uniformer Ring mit  $n$  Knoten (in dem also  $n$  globales Wissen ist). Außerdem sei eine Teilmenge  $L$  der Knoten mit  $|L| \geq 1$  gegeben, wobei in Bezug auf diese Menge jeder Knoten initial nur weiß, ob er selbst zu  $L$  gehört oder nicht. Zeigen Sie, dass in  $O(n)$  Runden und mit  $O(n)$  Nachrichten bestimmt werden kann, ob es sich um eine gültige Menge von Leadern mit  $|L| = 1$  handelt. Das Ziel ist, dass am Ende alle Knoten wissen, ob das der Fall ist oder nicht.

*Anmerkung:* Der gesuchte Verifikationsalgorithmus kann – mit ähnlichen Garantien – auch für asynchrone Ringe formuliert werden. In synchronen Ringen kann zusätzlich noch der Fall  $|L| = 0$  erkannt werden.

*English:* Given is a synchronous, anonymous, non-uniform ring with  $n$  nodes (where  $n$  is

global knowledge). Further is given a subset of  $L$  nodes with  $|L| \geq 1$ , where initially each node only knows whether it is part of  $L$  or not. Show that we can determine in  $O(n)$  rounds, using  $O(n)$  messages, whether we have in fact a valid set of leaders with  $|L| = 1$ . The goal is that each node knows whether this is the case.

*Remark:* The sought for verification algorithm can also be formulated for asynchronous rings, with similar guarantees. Furthermore, in a synchronous ring, we can also recognize the case  $|L| = 0$ .